

基于改进 GM(1,1) 模型的中国大豆价格预测

朱 婧, 范亚东, 徐 勇

(东北农业大学 经济管理学院, 黑龙江 哈尔滨 150030)

摘 要:中国大豆产业是国家基础性产业之一,国内外大豆市场对大豆价格波动影响极大,对中国大豆波动情况加以研究具有重要的意义。在分析 GM(1,1)模型有效性的基础上,讨论了其在农产品预测的可行性,从而采用改进 GM(1,1)模型用 1990–2014 年中国大豆价格预测 2015–2017 年中国大豆价格分别为 4.40、4.57 和 4.74 元·kg⁻¹,在本试验中改进 GM(1,1)模型并没有对原始序列进行累加操作,说明原始序列具备准指数规律。检验结果表明后验差比值小于 0.5 和小误差概率大于 0.8,说明采用灰色预测对此数据加以预测合格。2015 年价格低于 2015 年东北三省和内蒙古大豆价格目标价格,说明中国大豆仍处于低迷状态,会导致中国大豆种植面积及农民种植意愿继续降低。据此给出对策与建议,一是继续提高大豆种植补贴和大豆目标价格;二是加大地方大豆产业的政策性扶持,尤其是非转基因大豆产业的扶持,保持国内大豆产业健康发展;三是提高大豆行业与豆农的组织化程度。

关键词:中国大豆; 价格预测; 改进 GM(1,1)模型

中图分类号:F326.11 **文献标识码:**A **DOI:**10.11861/j.issn.1000-9841.2016.02.0315

Soybean Price Prediction in China Basedon Modified GM(1,1) Model

ZHU Jing, FAN Ya-dong, XU Yong

(College of Economics and Management, Northeast Agricultural University, Harbin 150030, China)

Abstract: China soybean industry is one of the national fundamental industries, domestic and international market have enormous influence on the price fluctuation of soybean, soybean volatility on Chinese soybean research has the vital significance. This paper uses modified GM(1,1) to predict soybean price in China from 2015 to 2017 by the datasets with soybean price from 1990 to 2014. Predicted soybean price in China is 4.40, 4.57 and 4.74 yuan·kg⁻¹, respectively. In this experiment, the modified GM(1,1) has not done the accumulate operation on original sequences, illustrating that the original sequence has accurate index law. Test results showed that the posterior error ratio was less than 0.5 and small error probability was greater than 0.8, thus, using grey prediction to predict the data was qualified. Since predicted price in 2015 is lower than soybean target price in three northeast provinces and Inner Mongolia Autonomous Region, it showed that soybean in China was not successful and led to decreasing planting area of soybean in China and farmer planting willingness. Based on these, some suggestions were given as follows: firstly, planting subsidy and target price of soybean would be continuously improved. Secondly, government would specially support local soybean industry, especially, non-transgenic soybean industry, keeping healthy development of domestic soybean industry. Finally, organization degree of soybean industry and soybean growers would be improved in China.

Keywords: Soybean in China; Price prediction; Modified GM(1,1) model

大豆是我国四大粮食作物之一。国内大豆市场对大豆价格影响较大,例如,大豆食用消费量增加,必然导致国内大豆价格上涨^[1-2]。另外,国际大豆市场的供需关系也极大影响着国内大豆市场价格,近年来,国外大豆进口量的攀升,使得国产大豆价格逐年下降^[3-4]。因此,在此背景下深入研究中国大豆价格波动动因、价格预测与预警能够有效指导中国大豆购销价格,合理布局中国大豆种植区域,有效估算中国大豆进口量等。

大豆价格波动的研究主要集中在因素分析和因素与价格的回归关系上^[5-6],而对于大豆价格的预测与预警研究较少,朱婧等^[7]采用决策树方法对大豆进口及其价格预警级别加以判断,结论为中国大豆价格正处在重警级别。方燕等^[8]纯粹从每年价格的数据以时间序列分析或者其他预测方法来对中国大豆市场价格预测研究,他们采用传统灰色预测方法利用我国 2013 年全年和 2014 年 1~3 月大豆价格预测 2014 年 4~12 月大豆价格。

GM(1,1)模型是基于随机原始时间序列,经按时间累加后所形成的新的时间序列呈现的规律可用一阶线性微分方程的解来逼近。当原始时间序列隐含着指数变化规律时,运用灰色模型 GM(1,1)进行预测结果会非常准确。GM(1,1)模型已经成功应用于农产品价格预测中,例如,王冬等^[9]利用回归分析与灰色系统理论相结合的方法构建灰色预测模型来预测我国的农产品产量(小麦、稻谷、棉

收稿日期:2015-08-29
第一作者简介:朱婧(1979-),女,博士,主要从事农业产业研究。E-mail:350142771@qq.com。
通讯作者:范亚东(1963-),男,教授,博导,主要从事农业产业研究。E-mail:zhujing2020@126.com。

花、玉米、糖料、油料),大大提高了预测精度。谷国玲等^[10]提出改进的GM(1,1)模型,并将其应用于未来吉林省猪肉价格的预测,预测结果表明改进后的GM(1,1)模型对吉林省猪肉价格进行中短期预测,相对原模型改进的模型预测精度较高,误差较小。

本文根据1990-2014年中国大豆国内价格数据,采用改进GM(1,1)模型预测2015-2017年我国大豆价格。

1 GM(1,1)模型的改进

传统GM(1,1)需要对原始序列进行累加生成新的序列加以准指数规律检验^[11]。实际上,很多原始序列都已具备了准指数规律,并不需要进行累加生成,试验结果表明具备准指数规律的原始序列继续进行累加生成极可能会导致增加数据的灰度,影响预测效果^[12]。本文在针对原始序列和累加序列均进行准指数检验,如果原始序列具备准指数检验,直接应用原始序列进行构建微分方程。

改进GM(1,1)模型的具体步骤为:
Step1:一阶累加生成。设变量为原始非负序列 $X^{(0)} = [x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(n)]$, $X^{(0)}$ 的一阶累加生成序列 $X^{(1)} = [x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), \dots, x^{(1)}(n)]$,其中 $x^{(1)}(k) = \sum_{i=1}^k x^{(0)}(i)$, $k = 1, 2, \dots, n$ 。

Step2:对 $X^{(0)}$ 进行准光滑检验。Step2-1:设 $\rho(k) = \frac{x^{(0)}(k)}{x^{(1)}(k-1)}$, $k = 2, 3, \dots, n$,若满足 $\frac{\rho(k+1)}{\rho(k)} < 1$ 且 $\rho(k) \in [0, \varepsilon]$, ($\varepsilon < 0.5$), $k = 3, 4, \dots, n$, $\rho(k)$ 呈递减趋势,则称 $X^{(0)}$ 为准光滑序列,同理:Step3-1;反之,执行Step2-2;

Step2-2:对 $X^{(0)}$ 执行一阶弱化处理。 $x'^{(0)}(k) = \frac{1}{n-k+1}(x^{(0)}(k) + x^{(0)}(k+1) + \dots + x^{(0)}(n))$, $k = 1, 2, 3, \dots, n$,将 $X^{(0)} \Leftarrow X'^{(0)}$ 。

Step3: $X^{(0)}$ 或 $X^{(1)}$ 准指数规律检验。
Step3-1:序列 $X^{(0)}$ 的级比 $\sigma(k) = \frac{x^{(0)}(k)}{x^{(0)}(k-1)}$, $k = 2, 3, \dots, n$,若对于任意 k , $\rho(k) \in [a, b]$, $b - a = \delta$,称序列 $X^{(0)}$ 具有绝对灰度为 δ 的灰指数规律,若 $\delta < 0.5$,则 $X^{(0)}$ 具有准指数规律,执行Step4-1,否则,执行Step3-2。

Step3-2:序列 $X^{(1)}$ 的级比 $\sigma(k) = \frac{x^{(1)}(k)}{x^{(1)}(k-1)}$, $k = 2, 3, \dots, n$,若对于任意 k , $\rho(k) \in [a, b]$, $b - a = \delta$,称序列 $X^{(1)}$ 具有绝对灰度为 δ 的灰指数规律,若 $\delta < 0.5$,则 $X^{(1)}$ 具有准指数规律,执行Step4-2,反之,

执行“灰色预测方法失效”。
Step4:构建微分方程。
Step4-1:若 $X^{(0)}$ 同指数增长的规律相似,则认为序列 $X^{(0)}$ 符合下面的一阶微分方程,即

$$\frac{dX^{(0)}}{dt} + aX^{(0)} = u$$
 (1)

解得, $\begin{bmatrix} \hat{a} \\ \hat{u} \end{bmatrix} = (B^T B)^{-1} B^T Y_n$, 其中,

$$Y_n = \begin{bmatrix} x^{(0)}(2) - x^{(0)}(1) \\ x^{(0)}(3) - x^{(0)}(2) \\ \vdots \\ x^{(0)}(n) - x^{(0)}(n-1) \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}[x^{(0)}(1) + x^{(0)}(2)] & 1 \\ -\frac{1}{2}[x^{(0)}(2) + x^{(0)}(3)] & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -\frac{1}{2}[x^{(0)}(n-1) + x^{(0)}(n)] & 1 \end{bmatrix}$$

将所求得的 \hat{a}, \hat{u} 代入微分方程(1),有
$$\frac{dX^{(0)}}{dt} + \hat{a}X^{(0)} = \hat{u}$$
 (2)

Step4-2:若 $X^{(1)}$ 同指数增长的规律相似,则认为序列 $X^{(1)}$ 符合下面的一阶微分方程,即

$$\frac{dX^{(1)}}{dt} + aX^{(1)} = u$$
 (3)

解得, $\begin{bmatrix} \hat{a} \\ \hat{u} \end{bmatrix} = (B^T B)^{-1} B^T Y_n$, 其中,

$$Y_n = \begin{bmatrix} x^{(0)}(2) \\ x^{(0)}(3) \\ \vdots \\ x^{(0)}(n) \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}[x^{(1)}(1) + x^{(1)}(2)] & 1 \\ -\frac{1}{2}[x^{(1)}(2) + x^{(1)}(3)] & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -\frac{1}{2}[x^{(1)}(n-1) + x^{(1)}(n)] & 1 \end{bmatrix}$$

将获得的 \hat{a}, \hat{u} 代入上面的微分方程(3),则有
$$\frac{dX^{(1)}}{dt} + \hat{a}X^{(1)} = \hat{u}$$
 (4)

Step5:灰色预测模型的构建。根据微分方程(2),有 $X^{(0)}$ 的灰色预测表达式为

$$\hat{x}^{(0)}(k+1) = [x^{(0)}(1) - \frac{\hat{u}}{\hat{a}}]e^{-\hat{a}k} + \frac{\hat{u}}{\hat{a}}, k = 0, 1, 2, \dots, n$$
 (5)

$$\hat{x}^{(1)}(k+1) = [x^{(1)}(1) - \frac{\hat{u}}{\hat{a}}]e^{-\hat{a}k} + \frac{\hat{u}}{\hat{a}}, k=0,1,2,\cdots,n \tag{6}$$

Step6:弱化还原公式为

$$\hat{x}'^{(0)}(k) = (n-k+1)\hat{x}^{(0)}(k) - \sum_{i=k+1}^n \hat{x}'^{(0)}(i), k=n,n-1,\cdots,1, \text{其中 } \hat{x}'^{(0)}(n) = \hat{x}^{(0)}(n)$$

累加还原公式为

$$\hat{x}^{(0)}(k+1) = \hat{x}^{(1)}(k+1) - \hat{x}^{(1)}(k), k=1,2,\cdots,n, \text{其中 } \hat{x}^{(1)}(0) = 0。$$

若序列 $X^{(0)}$ 未进行弱化,则用式(5)计算,并输出结果;

若序列 $X^{(0)}$ 已经进行了弱化处理,则用式(5)计算,使其弱化得到还原;

若序列 $X^{(1)}$ 由没有进行弱化处理后累加得来,则用式(6)计算,并使其累加得到还原;

若序列 $X^{(1)}$ 由进行弱化处理后累加得来,则用式(6)计算,使其累加得到还原,并使其弱化得到还原;

Step7:对灰色预测模型进行检验。

后验差检验。假设残差序列为 $\varepsilon^{(0)} = (\varepsilon(1), \varepsilon(2), \cdots, \varepsilon(n)) = (x^{(0)}(1) - \hat{x}^{(0)}(1), x^{(0)}(2) - \hat{x}^{(0)}(2), \cdots, x^{(0)}(n) - \hat{x}^{(0)}(n))$, 称 $\bar{\varepsilon} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \varepsilon(k)$ 和 $S_{\varepsilon}^2 = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (\varepsilon(k) - \bar{\varepsilon})^2$ 为残差的均值和方差, $\bar{x} = \frac{1}{n}$

$\sum_{k=1}^n x^{(0)}(k)$ 和 $S_x^2 = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (x^{(0)}(k) - \bar{x})^2$ 为 $X^{(0)}$ 的均值和方差。 $C = \frac{S_{\varepsilon}}{S_x}$ 为后验差比值, $p = P(|\varepsilon(k) - \bar{\varepsilon}| < 0.6745S_x) \geq 1 - \frac{S_{\varepsilon}^2}{(0.6745S_x)^2}$ 为小误差概率, 而且, p 值越大越好, 而 C 值越小越好。相对误差为 $\Delta_k = \frac{|\varepsilon(k)|}{x^{(0)}(k)}$, 平均相对误差为 $\bar{\Delta} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \Delta_k$ 。精度检验等级见表 1。

表 1 精度检验等级参考表

Table 1 The reference table for the accuracy test grade			
指标 Index	评价 Evaluation	C(<)	P(>)
一级 First grade	好	0.35	0.95
二级 Second grade	合格	0.50	0.80
三级 Third grade	勉强	0.65	0.70
四级 Fourth grade	不合格	0.80	0.60

2 中国大豆价格预测的实证分析

本文主要研究以 1990 – 2014 年我国大豆价格来预测 2015 – 2017 年中国大豆价格为实证研究,采用改进 GM(1,1)模型预测 2015 – 2017 年中国大豆价格(表 2)。其结论与检验参数如表 3 所示。

表 2 基于灰色预测方法的中国大豆价格预测具体步骤

Table 2 Concrete steps of soybean price in China based on grey prediction method									
Step 1	原始序列	58.57	59.29	76.38	36.22	102.00	128.96	148.24	150.28
	Original	113.11	99.28	102.77	96.76	110.45	147.23	141.02	128.37
	sequence	125.76	207.05	184.26	184.17	193.61	204.17	200.43	231.44
		224.44							
	累加序列	58.6	117.9	194.2	230.5	332.5	461.4	609.7	759.9
Accumulative		873.1	972.3	1075.1	1171.9	1282.3	1429.5	1570.6	1698.9
	sequence	1824.7	2031.7	2216.0	2400.2	2593.8	2798.0	2998.4	3229.8
		3454.3							
Step 2-1	光滑参数	1.0123	0.6481	0.1865	0.4426	0.3879	0.3213	0.2465	0.1488
	Smoothing	0.1137	0.1057	0.0900	0.0943	0.1148	0.0986	0.0817	0.0740
	parameter	0.1135	0.0907	0.0831	0.0807	0.0787	0.0716	0.0772	0.0695
	前后比较	0.6402	0.2877	2.3735	0.8764	0.8282	0.7673	0.6038	0.7640
	Before and	0.9295	0.8515	1.0472	1.2182	0.8592	0.8286	0.9056	1.5329
after comparison		0.7992	0.9164	0.9706	0.9758	0.9100	1.0775		
	弱化序列	138.17	141.49	145.06	148.18	153.51	156.09	157.52	158.03
	Weakening	158.49	161.33	165.46	169.94	175.57	181.00	184.07	188.37
	sequence	195.04	203.70	203.22	206.38	210.82	215.12	218.77	227.94
Step 2-2		224.44							

续表 2

	累加序列	138. 2	279. 7	424. 7	572. 9	726. 4	882. 5	1040. 0	1198. 1
	Accumulative	1356. 5	1517. 9	1683. 3	1853. 3	2028. 8	2209. 8	2393. 9	2582. 3
	sequence	2777. 3	2981. 0	3184. 2	3390. 6	3601. 4	3816. 5	4035. 3	4263. 2
		4487. 7							
Step 3-1	级比	1. 0240	1. 0253	1. 0215	1. 0360	1. 0168	1. 0091	1. 0033	1. 0029
	Stepwise	1. 0179	1. 0256	1. 0271	1. 0331	1. 0309	1. 0170	1. 0234	1. 0354
	ratio	1. 0444	0. 9976	1. 0155	1. 0215	1. 0204	1. 0170	1. 0419	0. 9846
Step 5	预测值	138. 17	141. 39	144. 63	147. 91	151. 22	154. 56	157. 94	161. 78
	Predicted	164. 78	168. 25	171. 76	175. 30	178. 87	182. 48	186. 12	189. 79
	value	193. 50	197. 25	201. 03	204. 85	208. 71	212. 60	216. 53	220. 49
		224. 50	228. 54						
Step 6	还原预测	58. 69	63. 71	68. 84	74. 07	79. 42	84. 87	90. 43	96. 11
	Reduction	101. 90	107. 81	113. 85	120. 00	126. 27	132. 68	139. 21	145. 87
	forecast	152. 67	159. 60	166. 66	173. 87	181. 22	188. 72	196. 36	204. 15
		212. 10	220. 20	228. 45	236. 87				
Step 7	相对误差	0. 1050	0. 1777	0. 0177	0. 0681	0. 1591	0. 2920	0. 3460	0. 3165
	Relative	0. 0400	0. 1542	0. 1745	0. 3120	0. 2070	0. 0504	0. 0384	0. 1933
	error	0. 2728	0. 1930	0. 0543	0. 0141	0. 0237	0. 0370	0. 0196	0. 0829
		0. 0177							

表 3 中国大豆价格预测值及模型检验
Table 3 Soybean price predicted value in China and model test

年份 Year	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997
观测值 Observed value	58. 57	59. 29	76. 38	36. 22	102. 00	128. 96	148. 24	150. 28
预测值 Predicted value	58. 69	63. 71	68. 84	74. 07	79. 42	84. 87	90. 43	96. 11
相对误差 Relative error	0. 0020	0. 0746	0. 0987	0. 1409	0. 2214	0. 3419	0. 3900	0. 3605
年份 Year	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005
观测值 Observed value	113. 11	99. 28	102. 77	96. 76	110. 45	147. 23	141. 02	128. 37
预测值 Predicted value	101. 90	107. 81	113. 85	120. 00	126. 27	132. 68	139. 21	145. 87
相对误差 Relative error	0. 099	0. 0860	0. 1078	0. 2402	0. 1433	0. 0988	0. 0128	0. 1363
年份 Year	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
观测值 Observed value	125. 76	207. 05	184. 26	184. 17	193. 61	204. 17	200. 43	231. 44
预测值 Predicted value	152. 67	159. 60	166. 66	173. 87	181. 22	188. 72	196. 36	204. 15
相对误差 Relative error	0. 2139	0. 2292	0. 0955	0. 0559	0. 0640	0. 0757	0. 0203	0. 1179
年份 Year	2014	2015	2016	2017	C		P	等级
观测值 Observed value	224. 44	—			0. 2920		0. 8126	合格
预测值 Predicted value	212. 10	220. 20	228. 45	236. 87	平均误差		弱化	累加
相对误差 Relative error	0. 0543	—			0. 1392		是	否

从表 3 可以看出,在本实验中改进 GM(1,1) 模型并没有对原始序列进行累加操作,说明原始序列具备准指数规律。检验结果表明后验差比值 $C < 0. 5$ 和小误差概率 $P > 0. 8$,说明采用灰色预测对此数据加以预测合格^[11-12]。试验结果表明 2015 – 2017 年中国大豆价格分别为 4. 40,4. 57 和 4. 74 元·kg⁻¹。以 2015 年价格为 4. 40 元·kg⁻¹ 为参考,低于 2015 年 4. 80 元·kg⁻¹ 的目标价格。说明中国大豆价格还处于较低水平,会导致中国大豆种植面积及农民种植意愿继续降低。

3 建 议

造成大豆市场价格低于大豆目标价格的主要原因在于:国外大豆对国内大豆的冲击;农民较低的种植大豆意愿。

据此给出如下建议:一是提高大豆种植补贴和大豆目标价格,到达或高于农民种植其他作物收入,才能保证国家大豆安全。二是加大地方大豆产业的政策性扶持,尤其是非转基因大豆产业的扶持。积极营造非转基因大豆产品消费理念,建立“东北非转基因大豆保护区”,发掘非转基因大豆的优点,开发绿色环保、无污染、营养价值高的大豆产品,打造非转基因大豆产品的品牌,提高非转基因大豆产品的市场竞争力。三是提高大豆行业与豆农的组织化程度。大力扶持农民加入大豆专业合作社,提高整体市场竞争力,应该由专业运营公司负责大豆产业宣传与营销。

参考文献

[1] 刘忠堂. 关于中国大豆产业发展战略的思考[J]. 大豆科学, 2013,32(3):283-285. (Liu Z T. Some thoughts concerning development strategy for soybean industry in China[J]. Soybean Science, 2013,32(3):283-285.)

[2] 林大燕,朱晶,吴国松. 中国大豆进口市场结构变迁原因的 HOV 分析[J]. 大豆科学, 2014,33(2):249-255. (Lin D Y, Zhu J, Wu G S. Analysis on reasons of China's soybean import market structure changes [J]. Soybean Science, 2014,33(2):249-255.)

[3] 朱思柱,周曙东. 基于扩展 Nerlove 模型的中国大豆供给反映弹性研究[J]. 大豆科学, 2014,33(5):52-758. (Zhu S Z, Zhou S D. Studies for Chinese soybean supply response elasticity based on extended nerlove model[J]. Soybean Science, 2014,33(5):752-758.)

[4] 谷强平,周静,杜吉到. 基于贸易视角的中国大豆产业安全分析[J]. 大豆科学, 2015,34(2):314-319. (Gu Q P, Zhou J, Du J D. China's soybean industry safety analysis based on the

perspective of trade [J]. Soybean Science, 2015,34(2):314-319.)

[5] 高颖. 我国大豆价格影响因素及其变化趋势分析[J]. 中国农业信息, 2008(8):43-44. (Gao Y. The soybean price influence factors and its change trend [J]. China Agricultural Information, 2008(8):43-44.)

[6] 刘欢,张冬青. 基于分位数回归的国产大豆价格影响因素分析[J]. 大豆科学, 2014,33(5):759-763. (Liu H, Zhang D Q. Analysis on influencing factors of domestic soybean price based on quantile regression [J]. Soybean Science, 2014,33(5):759-763.)

[7] 朱婧,范亚东. 基于决策树方法的大豆进口依存度预警研究[J]. 中国农学通报, 2014,30(29):81-86. (Zhu J, Fan Y D. The search on the early warning system of soybean import dependence degree based on decision tree[J]. Chinese Agricultural Science Bulletin, 2014,30(29):81-86.)

[8] 方燕,马艳. 我国大豆价格波动及其未来走势预测[J]. 价格理论与实践, 2014(6):67-69. (Fang Y, Ma Y. Chian's soybean price fluctuation and its change trend prediction [J]. Price: Theory & Practice, 2014(6):67-69.)

[9] 王冬,薛新伟,郝金良. 我国主要农产品产量的灰色预测模型[J]. 农业技术经济,1996(3):40-42. (Wang D, Xue X W, Hao J L. Grey forecasting model of main agricultural output in China [J]. Journal of Agrotechnical Economics, 1996(3):40-42.)

[10] 谷国玲,戴秀英,刘杰. 基于改进 GM(1,1)模型的猪肉价格预测研究[J]. 郑州轻工业学院学报(自然科学版),2015,30(2):105-108. (Gu G L, Dai X Y, Liu Jie. Prediction of pork price based on improved GM(1,1) model[J]. Journal of Zhengzhou University of Light Industry (Natural Science) 2015,30(2):105-108.)

[11] 周亚非. GM(1,1)的 Matlab 实现及其应用[J]. 长春师范学院学报, 2010,29(1):32-35. (Zhou Y F. The implementation and application of GM(1,1) using Matlab [J]. Journal of Changchun Normal University (National Science), 2010,29(1):32-35.)

[12] 田敏,赵永军,颀孙鹏程. GM(1,1)改进模型及其应用[J]. 断块油气田, 2008,15(2):61-63. (Tian M, Zhao Y J, Zhuan-sun P C. Modified GM(1,1) model and its application [J]. Fault Block Oil & Gas Field, 2008,15(2):61-63.)